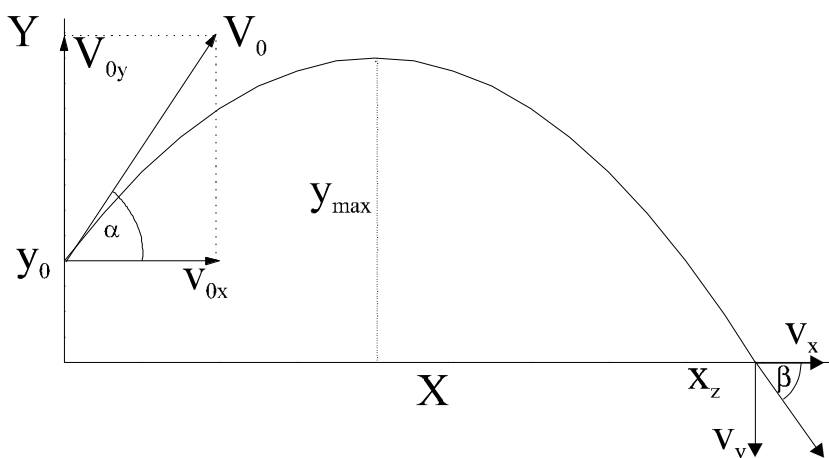


**Kinematyka**

1. Dwie cząstki zostały wysłane z jednego źródła i po pewnym czasie znalazły się w punktach wyznaczonych wektorami  $\vec{r}_1 = 4\hat{i} + 3\hat{j} + 8\hat{k}$  oraz  $\vec{r}_2 = 2\hat{i} + 10\hat{j} + 5\hat{k}$ . Znaleźć odległość między nimi.
2. Dane są równania ruchu dwóch punktów:  $\vec{r}_1(t) = (0, 2, 0) + (3, 1, 2) \cdot t + (1, 1, 0) \cdot t^2$  oraz  $\vec{r}_2(t) = (1, 0, 1) + (0, 2, 1) \cdot t$ . Znaleźć prędkość i przyspieszenie punktu 2 względem 1.
3. Dwa ciała poruszają się z prędkościami  $\vec{v}_1(2, 0)$  i  $\vec{v}_2(0, 3)$ . W chwili  $t = 0$  ich położenia wynosiły odpowiednio  $\vec{r}_{1_0}(-3, 0)$  i  $\vec{r}_{2_0}(0, -3)$ . Kiedy i gdzie znajdą się najbliżej siebie?
4. Ciało porusza się po okręgu z prędkością  $v = 50$  cm/s. W czasie  $\Delta t = 2$  s wektor  $\vec{v}$  zmienił kierunek o kąt  $\alpha = \pi/6$ . Znaleźć  $\Delta v$  i przyspieszenie ciała oraz promień krzywizny toru.
5. Dwie jednakowe kulki rzucono kolejno do góry jedna za drugą z taką samą prędkością początkową  $v_0$ . O ile później rzucono drugą kulkę, jeżeli spotkały się w połowie wysokości maksymalnej?
6. Czas wjeżdżania windy na wieżę telewizyjną o wysokości  $h$ , wynosi  $t$ . Pierwszą część drogi winda przebywa ze stałym przyspieszeniem do osiągnięcia prędkości  $v$ , drugą ruchem jednostajnym a trzecią ruchem jednostajnie opóźnionym z opóźnieniem równym co do wartości początkowemu przyspieszeniu. Obliczyć to przyspieszenie.
7. Pierwszą połowę drogi samochód jechał z prędkością  $v_1 = 40$  km/h, drugą połowę z prędkością  $v_2 = 60$  km/h. Oblicz prędkość średnią.
8. Pierwszą połowę czasu samochód jechał z prędkością  $v_1 = 40$  km/h, drugą połowę z prędkością  $v_2 = 60$  km/h. Oblicz prędkość średnią.
9. Rowerzysta jechał z miasta A do miasta B połowę drogi z prędkością  $v_1$ . Następnie pierwszą połowę pozostałego czasu jechał z prędkością  $v_2$ , a drugą połowę szedł pieszo z prędkością  $v_3$ . Obliczyć  $v_{sr}$ .
10. Dla wyznaczenia głębokości studni puszczo swobodnie kamień. Po czasie  $t$  usłyszano plusk. Prędkość dźwięku w powietrzu wynosi  $v$ . Obliczyć głębokość studni.
11. Z badać ruch ciała rzuconego z wysokości  $y_0$  z prędkością  $v_0$  pod kątem  $\alpha$  do poziomu. Wyznaczyć parametry toru i ruchu: zasięg, wysokość, czas trwania ruchu, kąt upadku,

prędkość chwilową, przyspieszenie styczne i dośrodkowe oraz promień krzywizny w dowolnym punkcie toru.



12. Chłopiec rzucił piłkę pod kątem  $70^\circ$  do poziomu. W najwyższym punkcie toru piłka wleciała przez otwarte okno znajdujące się 9,6 m powyżej chłopca. Z jaką prędkością piłka została rzucona?

13. Ruch punktu opisują równania  $x(t) = 3 \sin t$ ,  $y(t) = 2 \cos 2t$ . Znaleźć równanie toru i czas, po którym punkt po raz pierwszy przetnie oś  $x$ .

14. Punkt porusza się zgodnie z równaniami

$$\begin{aligned} x &= A \cos \omega t \\ y &= B \sin \omega t \end{aligned} \quad (1)$$

Znaleźć równanie toru i promienie krzywizny w punktach przecięcia z osiami układu.

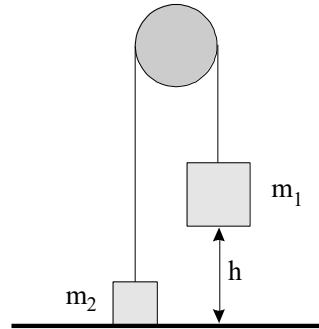
15. Punkt porusza się wg równania  $x = \frac{b}{c^2}(ct + e^{-ct})$ . Znaleźć  $v_0$ ,  $v_{\max}$  i  $a_{\max}$ .

16. Ruch punktu opisują wyrażenia  $x(t) = \frac{a}{\cos \omega t}$  i  $y(t) = b \cdot \operatorname{tg} \omega t$  gdzie stałe  $a$ ,  $b$  i  $\omega$  są dodatnie. Znaleźć  $y(x)$ ,  $v(t)$ ,  $v_x(x)$  i  $v_y(y)$ .

17. Ruch punktu opisują wyrażenia  $x(t) = b(e^{ct} + e^{-ct})$  i  $y(t) = b(e^{ct} - e^{-ct})$  gdzie stałe  $b$  i  $c$  są dodatnie. Znaleźć  $y(x)$  i maksymalne przyspieszenie dośrodkowe.

**Dynamika**

1. Dwa klocek o masach  $m_1 > m_2$  połączone nicią przerzuconą przez nieważki blok znajdują się w pozycji pokazanej na rysunku. Na jaką maksymalną wysokość  $H$  wzniesie się klocek o masie  $m_2$ .



2. Klocek zsuwa się z wysokości  $h$  po równi pochyłej. Jaką drogę przebędzie klocek na płaszczyźnie u podstawy równi do chwili zatrzymania, jeżeli współczynnik tarcia na całej drodze wynosi  $\mu$ ?

3. Kierowca prowadząc samochód z prędkością  $v_1 = 60$  km/h dostrzega człowieka wchodzącego na szosę. Natychmiast zaczyna hamować i zatrzymuje się tuż przed pieszym. Obliczyć, z jaką prędkością samochód uderzy w pieszego, jeżeli przed rozpoczęciem hamowania będzie jechał z prędkością  $v_2 = 70$  km/h. Przyjąć, że siła tarcia nie zależy od prędkości.

4. Pocisk lecący z pewną prędkością trafia w worek z piaskiem i wbija się w niego na głębokość  $x_1 = 15$  cm. Na jaką głębokość  $x_2$  wbije się w piasek ten pocisk, jeżeli jego prędkość będzie dwukrotnie większa? Założyć, że siła oporu nie zależy od prędkości pocisku.

5. O ile zmieni się pęd samochodu hamującego przez pół minuty z siłą  $F = 2000$  N? Oblicz masę samochodu, jeżeli podczas hamowania prędkość zmalała o 120 km/h.

6. Dźwig unosi na wysokość  $h$  ciało o masie  $m$  ruchem jednostajnie przyspieszonym. Oblicz moc silnika, jeżeli straty energii wynoszą  $\eta\%$ , a ruch trwał  $t$  sekund.

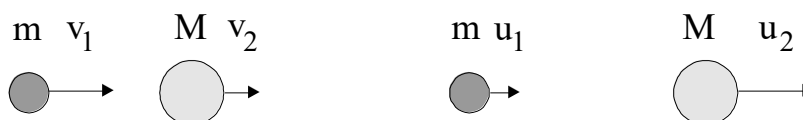
7. Na poziomej płaszczyźnie leżą dwa klocek o masach  $m_1$  i  $m_2$  połączone nicią. Współczynnik tarcia klocków o podłoże wynosi  $\mu$ . Na klocek o masie  $m_1$  działa stała siła  $F$ . Obliczyć przyspieszenie układu oraz siłę, z jaką klocek o masie  $m_1$  działa na klocek o masie  $m_2$ .

8. Na nici o długości  $l$  zawieszono ciężarek. Jaką najmniejszą prędkość początkową (w kierunku poziomym) należy nadać ciężarkowi w najniższym punkcie toru, aby mógł on zataczać okręgi w płaszczyźnie pionowej?

9. Na płycie gramofonowej, w odległości  $r = 10$  cm od jej środka, leży klocek. Współczynnik tarcia klocka o płytę wynosi  $\mu = 0,36$ . Z jaką maksymalną prędkością kątową może się obracać płyta, aby klocek pozostał względem niej w spoczynku?

10. Ciała o masach  $m$  i  $M$  poruszają się po tej samej prostej z prędkościami odpowiednio  $v_1$  i  $v_2$ . Znaleźć ich prędkości po zderzeniu. Rozpatrzyć przypadek doskonale sprężysty i doskonale niesprężysty.

Dla zderzenia doskonale sprężystego



Dla zderzenia doskonale niesprężystego po zderzeniu oba ciała poruszają się razem

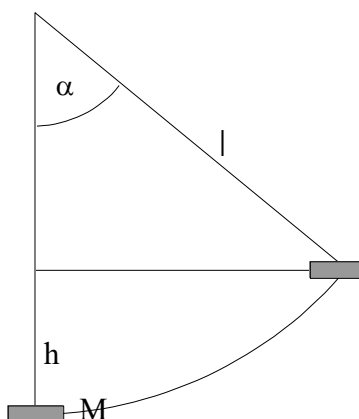


11. Wózek o masie  $m$  poruszający się z prędkością  $v$  zderza się ze spoczywającym wózkiem o masie  $M = 2m$ . Po zderzeniu wózki poruszają się razem. Obliczyć ich prędkość. Jaka część początkowej energii kinetycznej została zamieniona na ciepło?

12. Kulka o masie  $m_1$  wisi nieruchomo na sznurku. W jej kierunku porusza się kulka o masie  $m_2 = 1$  kg z prędkością  $v_2 = 10$  m/s. Po zderzeniu sprężystym masa  $m_2$  odbiła się z prędkością  $v_3 = 8$  m/s a masa  $m_1$  odchyliła się na wysokość  $h = 20$  cm. Oblicz masę  $m_1$ .

13. Jaka część początkowej energii kinetycznej zamieniła się na ciepło, jeżeli ciało o masie  $M$  przed zderzeniem znajdowało się w spoczynku?

14. Wahadło balistyczne używane do pomiaru prędkości pocisku składa się z drewnianego klocka o masie  $M$  zawieszono na linkach o długości  $\ell$ . Obliczyć prędkość pocisku o masie  $m$ , jeżeli po zderzeniu pocisk utkwiał w klocku a linki wychyliły się o kąt  $\alpha$ .

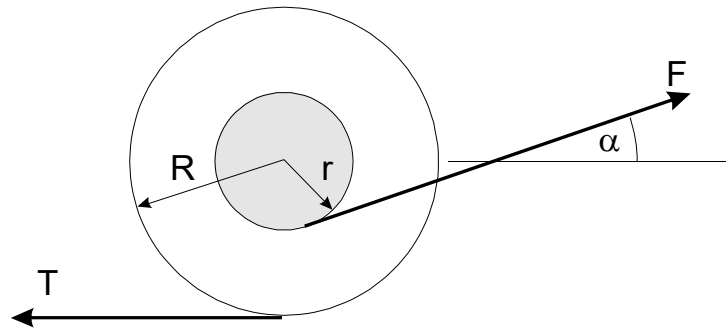


- 
15. Z działa o masie  $M = 5000$  kg wystrzelono pocisk o masie  $m = 100$  kg i energii kinetycznej  $E_{\text{poc}} = 7,5$  MJ. Jaką energię kinetyczną uzyskuje działło?
16. W klocek masie  $M$  leżący na murku o wysokości  $h$  wbił się lecący poziomo z prędkością  $v$  pocisk o masie  $m$ . W jakiej odległości od podstawy muru spadł klocek z pociskiem?

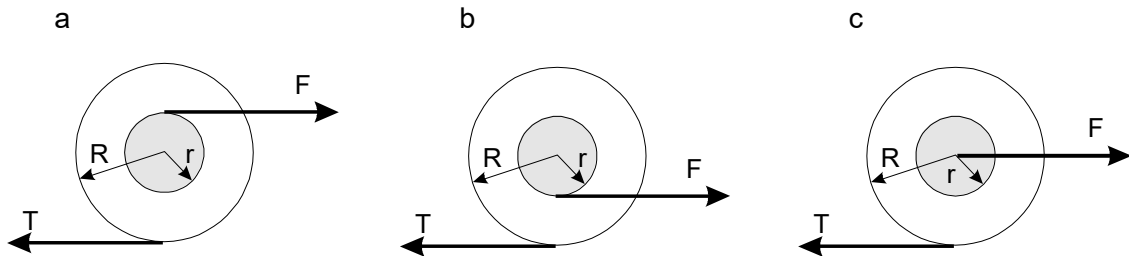
**Ruch obrotowy**

1. Dwie kule o masach  $m$  i promieniach  $r$  umocowane są na końcach nieważkiego, cienkiego pręta o długości  $R$ . Obliczyć moment bezwładności układu względem osi przechodzącej przez środek masy i prostopadłej do pręta. Jaki błąd popełniamy traktując kule jako punkty materialne?
2. Obliczyć moment bezwładności pręta względem osi prostopadłej do niego i przechodzącej przez jego środek.
3. Koło zamachowe o masie  $m$  i promieniu  $R$  obraca się wykonując  $n$  obrotów na minutę. Jaką siłą  $F$  należy docisnąć do koła klocek hamulcowy aby zatrzymać je w czasie  $t$  jeżeli współczynnik tarcia wynosi  $\mu$ ?
4. Na walec o masie  $M$ , umocowany na poziomej osi, nawinięto sznurek, a na jego końcu zawieszono ciężarek o masie  $m$ . Jaką prędkość osiągnie ciężarek po przebyciu drogi  $y$ .
5. Na jednorodnym walcu o masie  $m$  nawinięta jest nić do której przyłożono stałą siłę  $F$ . Obliczyć energię kinetyczną walca po czasie  $t$ .
6. Z wierzchołka równi o wysokości  $h$  zjeżdża wózek, o masie (bez kół)  $M$ , a masa każdego z czterech kół wynosi  $m$ . Obliczyć prędkość wózka u podstawy równi.
7. Bryła obrotowa toczy się po poziomej płaszczyźnie z prędkością  $v$ . Jaką wysokość osiągnie po wtoczeniu się na równię o kącie nachylenia  $\alpha$ ? Jaką drogę przebędzie bryła wzdłuż równi?
8. Podczas hamowania, koło o momencie bezwładności  $I=2 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$ , zmniejszyło w czasie  $\Delta t=1 \text{ min}$  swoją prędkość obrotową z  $n_1=300 \text{ obr/min}$  do  $n_2=180 \text{ obr/min}$ . Oblicz przyspieszenie kątowe koła, moment hamujący, pracę hamowania i liczbę obrotów wykonanych w tym czasie.
9. Na stole leży szpulka o masie  $m$ , momencie bezwładności  $I$  oraz promieniach wewnętrznym  $r$  i zewnętrznym  $R$ . Do nici nawiniętej na szpulkę przyłożono siłę  $F$  skierowaną pod kątem  $\alpha$  do poziomu. Zbadać warunki ruchu szpulki bez poślizgu.

**UWAGA!** Ruch odbywa się bez poślizgu, gdy  $a = \epsilon R$



10. Do szpulki o masie  $m$ , momencie bezwładności  $I$  oraz promieniach wewnętrznym  $r$  i zewnętrznym  $R$ , leżącej na poziomej płaszczyźnie, przyłożono poziomą siłę  $F$ . Przy jakiej maksymalnej wartości siły szpulka będzie toczyć się bez poślizgu? Współczynnik tarcia wynosi  $\mu$ . Rozważyć trzy przypadki kiedy ramię siły  $F$  względem środka masy szpulki wynosi: a)  $x = r$ , b)  $x = -r$  oraz c)  $x = 0$ .



**Drgania**

1. Napisać równanie ruchu harmonicznego o amplitudzie 5 cm i fazie początkowej  $45^\circ$ , jeżeli w ciągu minuty zachodzi  $n=150$  drgań.
2. Faza początkowa drgań harmoniczných  $\delta=0$ , okres  $T=24$  s. Po jakim czasie wychylenie punktu będzie równe połowie amplitudy.
3. Faza początkowa drgań harmoniczných  $\delta=0$ . Po jakim czasie prędkość punktu stanie się równa połowie prędkości maksymalnej?
4. Amplituda drgań harmoniczných wynosi  $A=5$  cm a okres  $T=4$  s. Znaleźć maksymalne wartości prędkości i przyspieszenia.
5. Faza początkowa drgań  $\delta=0$ . Przy wychyleniu punktu o  $x_1=2,4$  cm prędkość punktu wynosi  $v_1=3$  cm/s, a przy wychyleniu o  $x_2=2,8$  cm  $v_2=2$  cm/s. Znaleźć amplitudę i okres drgań.
6. Cząstka wykonuje drgania harmoniczne wzdłuż osi  $x$  wokół położenia równowagi  $x=0$ , z częstością  $\omega=4$  s $^{-1}$ . W pewnej chwili  $x_1=25$  cm, a  $v_1=10$  cm/s. Znaleźć współrzędną cząstki  $x$  i jej prędkość po czasie  $t=2,40$  s.
7. Punkt o masie  $m=10$  g wykonuje drgania według równania  $x=0,1\sin\left(\frac{\pi t}{5}+\frac{\pi}{4}\right)$  [m]. Znaleźć siłę działającą na punkt. Kiedy jej wartość osiąga maksimum?
8. Punkt wykonuje drgania harmoniczne o okresie 0,3 s i amplitudzie  $A=0,01$  m. Oblicz przyspieszenie punktu w chwili, gdy  $v=v_{\max}/4$ .
9. Maksymalna prędkość punktu drgającego ruchem harmonicznym  $v_{\max}=2$  m/s a maksymalne przyspieszenie  $a_{\max}=3,14$  m/s $^2$ . Napisać równanie ruchu  $\mathbf{x}(t)$ , jeśli wiadomo, że faza początkowa jest równa zeru.
10. Wahadło matematyczne o długości  $l_1=81$  cm wykonuje w pewnym czasie  $n_1=20$  drgań. Jak i o ile należy zmienić długość wahadła aby w tym samym czasie uzyskać  $n_2=18$  drgań.
11. Energia całkowita drgającego punktu wynosi  $E_0=3\cdot 10^{-5}$  J, a maksymalna siła  $F_0=1,5\cdot 10^{-3}$  N. Napisać jego równanie ruchu, jeżeli okres drgań wynosi  $T=2$  s a faza początkowa  $\delta=60^\circ$ .
12. Dla jakich czasów w układzie drgającym energia kinetyczna jest równa potencjalnej?



13. Amplituda drgań punktu wynosi  $A=2$  cm, a energia całkowita drgań  $E_0=3\cdot 10^{-7}$  J. Przy jakim wychyleniu z położenia równowagi na punkt działa siła  $F=2,25\cdot 10^{-5}$  N?

14. Równanie drgań harmoniczných ma postać  $x(t) = 2\sin(\omega t + \frac{\pi}{4})$  gdzie  $\omega = \frac{\pi}{2}$  [s<sup>-1</sup>]. Obliczyć, po jakim czasie ciało osiągnie wychylenie  $x = 1$  cm, z jaką prędkością ono się wówczas porusza i jaka jest jego całkowita energia. Masa ciała  $m = 1$  kg.

15. Probówka w kształcie walca o średnicy  $d$  i masie  $m$  pływa pionowo częściowo zanurzona w cieczy. Po zanurzeniu jej nieco głębiej wykonuje drgania o okresie  $T$ . Znaleźć gęstość cieczy.

16. Na sprężynie zawieszono ciężarek powodując jej wydłużenie o  $x_0$ . Jaki jest okres drgań ciężarka?

17. Cząstka o masie  $m$  znajduje się w polu sił o energii potencjalnej  $U(x) = U_0(1 - \cos ax)$  gdzie  $U_0$  i  $a$  są stałe. Znaleźć okres małych drgań cząstki wokół położenia równowagi.

**Fale**

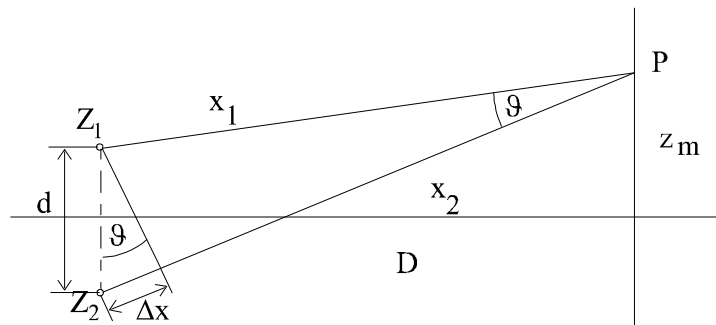
1. Znaleźć długość fali o okresie równym  $T = 10^{-14}$  s. Prędkość rozchodzenia się zaburzenia wynosi  $c = 3 \cdot 10^8$  m/s.
2. Drgania akustyczne o częstotliwości  $f = 500$  Hz i amplitudzie  $A = 0,25$  mm rozchodzą się w powietrzu. Długość fali  $\lambda = 70$  cm. Obliczyć a) prędkość fali; b) maksymalną prędkość cząsteczek powietrza.
3. Równanie drgań swobodnych ma postać  $y = 10\sin(0,5\pi t)$  cm. Znaleźć funkcję falową, jeśli prędkość rozchodzenia się drgań wynosi  $c = 300$  m/s.
4. Równanie drgań ma postać  $y = \sin(2,5\pi t)$  cm. Znaleźć wychylenie z położenia równowagi, prędkość i przyspieszenie punktu odległego o 20 m od źródła drgań, w chwili  $t = 1$  s po rozpoczęciu drgań. Prędkość fali  $c = 100$  m/s.
5. Jaką różnicę faz mają drgania dwóch punktów odległych o 10 i 16 m od źródła drgań o okresie  $T = 40$  ms? Prędkość fali  $c = 300$  m/s.
6. Znaleźć wychylenie z położenia równowagi punktu oddalonego od źródła drgań o  $x = \lambda/12$  w chwili  $t = T/6$ . Amplituda drgań wynosi  $A = 0,05$  m.
7. Wewnątrz rury Kundta, zamkniętej na obu końcach, o długości  $L$  powstała stojąca fala akustyczna o  $N$  węzłach. Oblicz długość tej fali.
8. Wewnątrz rury Kundta, otwartej na jednym końcu, o długości  $L$  powstała stojąca fala akustyczna o  $N$  węzłach. Oblicz długość tej fali.
9. Oblicz częstotliwość drgań kamertonu wytwarzającego w powietrzu falę stojącą o odległościach między węzłami  $\ell = 40$  cm. Prędkość rozchodzenia się fali  $c = 340$  m/s.

## Optyka

1. Zbadać zachowanie się fali płaskiej podczas odbicia od ośrodka a) gęstszego, b) rzadszego

Dla fali biegnącej przyjmując  $y_1 = A_0 \sin(\omega t - kx)$  a dla odbitej  $y_2 = A_0 \sin(\omega t + kx + \varphi)$ .

2. Oblicz różnicę dróg optycznych fal o długości  $\lambda$ , dających jasne prążki w doświadczeniu Younga. Odległość między szczelinami wynosi  $d$ , odległość szczeliny – ekran  $D$ .

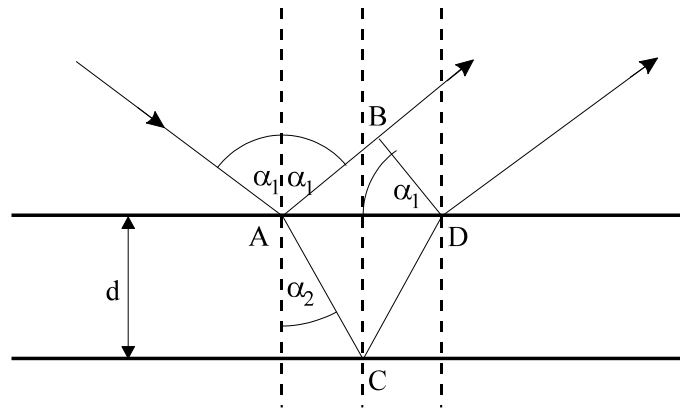


3. Znaleźć położenie prążków i odległość między sąsiednimi prążkami w doświadczeniu Younga.

4. W interferometrze Jamina wiązki światła przechodzą przez dwie identyczne rurki szklane o długości  $\ell = 20\text{cm}$ , z których wypompowano powietrze. Następnie po przebyciu jednakowych dróg interferują ze sobą. Jedna z rurek pozostaje odpompowana. Podczas napełniania drugiej rurki badanym gazem obraz interferencyjny przesunął się o  $N=131$  prążków. Długość fali użytego światła  $\lambda=590\text{ nm}$ . Oblicz współczynnik załamania światła w tym gazie.

5. Oszacować dokładność pomiaru współczynnika załamania światła przy pomocy interferometru Jamina o długości rurek  $\ell = 1\text{ m}$  i długości fali stosowanego światła  $\lambda=400\text{ nm}$ .

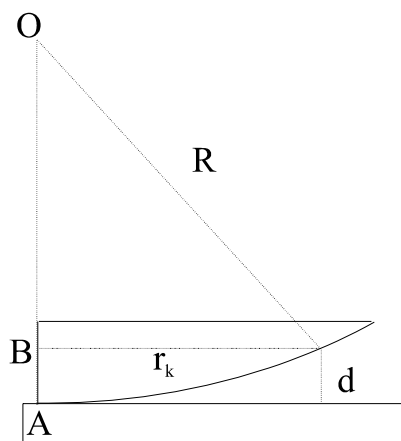
6. Światło o długości fali  $\lambda$  pada na warstwę o grubości  $d$  i współczynnika załamania  $n$ . Obliczyć różnicę dróg optycznych.



7. Wiązka światła białego pada prostopadle na płytkę szklaną o grubości  $d = 0,4 \mu\text{m}$  i współczynniku załamania  $n = 1,5$ . O jakiej długości fali światło (z zakresu widzialnego) ulegnie wzmocnieniu w wiązce odbitej?

8. Odległość między sąsiednimi prążkami interferencyjnymi, powstającymi na powierzchni cienkiego klina wykonanego z materiału o współczynniku załamania  $n$  i oświetlonego światłem o długości fali  $\lambda$  wynosi  $x$ . Obliczyć kąt wierzchołkowy klina.

9. Jedną z dokładniejszych metod pomiaru współczynnika załamania światła dla cieczy jest umieszczenie jej w układzie do otrzymywania pierścieni Newtona i pomiar promieni tych pierścieni. Znając promień krzywizny soczewki  $R$  oraz długość fali padającego światła wyrowadzić wzór na promień  $k$ -tego, jasnego pierścienia Newtona w świetle odbitym.



10. Po wypełnieniu cieczą przestrzeni między soczewką a płytką promienie pierścieni Newtona zmalały  $m$  razy. Znaleźć współczynnik załamania cieczy.

11. W układzie do otrzymywania pierścieni Newtona o promieniu  $R = 15 \text{ m}$  odległość między pierścieniem  $k = 5$  i  $\ell = 25$  wynosi  $a = 8 \text{ mm}$ . Obliczyć długość fali użytego światła.

12. Obliczyć maksymalną liczbę prążków możliwych do uzyskania przy pomocy siatki dyfrakcyjnej o stałej  $d = 2,5 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ , dla światła o długości fali  $500 \text{ nm}$ .

13. Jaka powinna być stała siatki dyfrakcyjnej o szerokości  $\ell = 2,5$  cm, aby mogła ona rozdzielić dublet sodu  $589,0$  nm i  $589,6$  nm w widmie pierwszego rzędu?
14. Ile rys/cm ma siatka dyfrakcyjna przy, pomocy której linię rtęci  $\lambda = 5461$  Å w widmie 1-go rzędu obserwuje się pod kątem  $\varphi = 30^\circ$ ? Jaki maksymalny rząd widma można przy jej pomocy obserwować?
15. Jaką stałą ma siatka dyfrakcyjna o szerokości 3 cm, jeżeli można przy jej pomocy rozdzielić linie  $\lambda_1 = 4044$  Å i  $\lambda_2 = 4047$  Å w widmie potasu 1-go rzędu?

### Termodynamika

- Butla zawiera  $V = 100$  dm<sup>3</sup> wodoru pod ciśnieniem  $p_1 = 5 \cdot 10^6$  Pa w temperaturze  $t_1 = 7^\circ$  C. Po pobraniu pewnej ilości gazu ciśnienie pozostałego gazu wynosiło  $p_2 = 4 \cdot 10^5$  Pa, a temperatura  $t_2 = 16^\circ$  C. Oblicz masę pobranego gazu. ( $D_m = 0.445$  kg)
- Obliczyć temperaturę końcową  $T_2$  i ciśnienie końcowe  $p_2$  panujące w cylindrze silnika diesla, kompresji 10:1, jeżeli powietrze zasane do cylindra miało temperaturę  $T_1 = 300$  K, a ciśnienie  $p_1 = 10^5$  Pa ( $T_2 = 1010$  K,  $p_2 = 25.2 \cdot 10^5$  Pa)
- Pompa tłokowa pobiera przy każdym ruchu tłoka  $V_1 = 60$  cm<sup>3</sup> powietrza pod ciśnieniem atmosferycznym  $p_0 = 10^5$  Pa i tłoczy do komory o pojemności  $V_2 = 2$  dcm<sup>3</sup>. Po ilu ruchach tłoka ciśnienie w komorze będzie wyższe od ciśnienia atmosferycznego o  $p = 1.5 \cdot 10^5$  Pa. Przy założeniu, że temperatura jest stała, obliczyć pracę wykonaną podczas pompowania. ( $N = 50$ ,  $W = 458$  J)
- Obliczyć minimalną wartość pracy potrzebną do rozdzielenia dwóch zmieszanych ze sobą gazów doskonałych, jeżeli mieszanina zawiera  $n_1$  kilomoli jednego gazu i  $n_2$  drugiego. Przyjmując, że proces zachodzi w stałej temperaturze  $T$ , a ciśnienia końcowe obu gazów są równe ciśnieniu początkowemu mieszaniny.  
( $W = RT(n_1 \ln(n_1/(n_1+n_2)) + n_2 \ln(n_2/(n_1+n_2)))$ )
- Znaleźć sprawność cyklu składającego się z dwóch izochor  $V = V_1$  i  $V = V_2$  oraz dwóch izobar  $p = p_1$  i  $p = p_2$ , jeżeli ciałem roboczym jest jednoatomowy gaz doskonały.  
( $\eta = (p_2(V_2 - V_1) - p_1(V_2 - V_1)) / (0.5(p_2 V_2 - p_1 V_1) + p_2(V_2 - V_1))$ )

- 200 g azotu ogrzało się od temperatury  $20^{\circ}\text{C}$  do  $100^{\circ}\text{C}$  przy stałym ciśnieniu. Obliczyć ilość dostarczonego ciepła, zmianę energii wewnętrznej i wykonaną pracę, traktując azot jako gaz doskonały. ( $Q=16\,620\text{ J}$ ,  $\Delta U=11\,880\text{ J}$ ,  $W=-4740\text{ J}$ ).
- Powietrze znajdujące się w objętości  $V_1=1\text{ m}^3$  pod ciśnieniem  $p_1=10^5\text{ Pa}$  sprężono do objętości  $V_2=0.5\text{ m}^3$ : a) izotermicznie, b) izochoryczno-izobarycznie. Obliczyć pracę wykonaną w obu przypadkach. ( $W=6.93\cdot 10^4\text{ J}$ ,  $W=10^5\text{ J}$ ).
- Jaki popełnia się błąd obliczając ciśnienie 1 mola  $\text{CO}_2$ , znajdującego się w temperaturze  $T=384\text{ K}$  i w objętości  $2\cdot 10^{-4}\text{ m}^3$ , korzystając z prawa Clapeyrona? Stałe w równaniu Van der Waalsa dla  $\text{CO}_2$  wynoszą  $a=3.59\text{ l}^2\cdot\text{atm/mol}$ ,  $b=0.0427\text{ l/mol}$ . (42%).

### **Mechanika płynów**

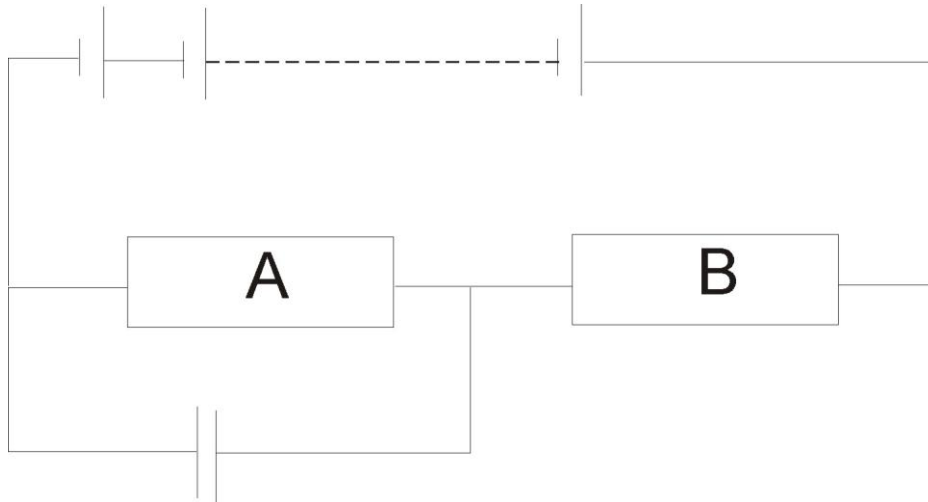
- Równia pochyła o wysokości  $h$  i kącie nachylenia  $\alpha$  dotyka podstawą powierzchni cieczy o gęstości  $\rho_1$ . Z tej równi zsuwa się kulka o gęstości  $\rho_2$  i wpada do cieczy. Obliczyć odległość, w której kulka wypływa na powierzchnię. Pominąć efekty powierzchniowe oraz lepkość cieczy. ( $s=10/7 h \sin 2\alpha \rho_2/(\rho_1-\rho_2)$ )
- Ciężar jednorodnego kawałka metalu w powietrzu wynosi  $P_1$ , natomiast w wodzie  $P_2$ . Gęstość powietrza  $\rho_1$ , gęstość wody  $\rho_2$ . Oblicz masę i gęstość metalu. ( $m=(P_2\rho_1-P_1\rho_2)/(g(\rho_1-\rho_2))$ ;  $r=(P_2\rho_1-P_1\rho_2)/(P_2-P_1)$ ).
- Naczynie napełniono wodą do wysokości  $h=30\text{ [cm]}$ . W jakiej wysokości nad dnem powinniśmy zrobić otwór, aby wypływająca ciecz padała jak najdalej na płaszczyznę poziomą ( $y=h/2$ ).
- Przez przekrój poprzeczny rury przepływa  $200\text{ cm}^3$  wody w ciągu  $1\text{ [s]}$ , współczynnik lepkości wody  $\eta=0.001\text{ [Ns/m}^2]$ . Jaka powinna być najmniejsza średnica rury, aby ruch wody był laminarny?  $Re<2000$ . (0.13 m)
- W gazie o gęstości  $\rho$  porusza się ze stałą prędkością ciało o poprzecznym rozmiarze  $D$ . Oszacować siłę oporu działającą na to ciało. Zastosować analizę wymiarową. Obliczenia wykonać dla poruszającego się samochodu ( $D=1\text{ [m]}$ ,  $\rho=1.2\text{ [kg/m}^3]$ ,  $v=30\text{ [m/s]}$ ). Jaką minimalną moc musi mieć silnik takiego samochodu? Jaką maksymalną

prędkość osiągnąłby ten samochód z silnikiem 2 razy większej mocy? ( $P_{\min}=32400$

$$[\text{W}], v = \sqrt[3]{\frac{P}{\rho D}})$$

### **Elektryczność i magnetyzm**

1. Potencjał pola elektrycznego w punkcie odległym od  $r=0,5$  m od ładunku punktowego wynosi  $\phi=10$  V. Jaka siła działa na umieszczony w tym punkcie ładunek  $q=1$  nC?
2. Dany jest naładowany kondensator płaski. Gęstość powierzchniowa ładunku na okładce wynosi  $\sigma$ , natężenie pola elektrostatycznego w przestrzeni między okładkami,  $E$ . Ile wynosi energia pola elektrostatycznego między okładkami przypadająca na jednostkę objętości?
3. Pewien opornik składa się z dwóch odcinków drutu A i B połączonych szeregowo o jednakowych długościach wykonanych z takiego samego materiału. Średnica drutu stanowiącego odcinek B jest dwukrotnie większa od średnicy drutu odcinka A. W którym z tych odcinków będzie się wydzielalo w ciągu jednostki czasu więcej ciepła po podłączeniu końcówek opornika do źródła prądu stałego?
4. Elektron (masa  $m$ , ładunek  $e$ ) został wyemitowany z ujemnie naładowanej okładki kondensatora pod kątem  $\alpha$  z prędkością  $v$ . Jak zmienia się z czasem składowa prędkości elektronu wzdłuż linii sił pola elektrycznego (o wartości  $E$ )?
5. Płaski kondensator z kwadratowymi okładkami o boku  $a=21$  cm i odległości między nimi  $d=2$  mm podłączono do źródła prądu o SEM  $E=750$  V. Do przestrzeni między okładkami wsuwana jest ze stałą prędkością  $v=8$  cm/s płytka szklana o grubości 2 mm i przenikalności elektrycznej  $\epsilon_r=7$ . Obliczyć natężenie prądu, który przepływa w obwodzie w czasie wsuwania płytki szklanej do kondensatora.  $\epsilon_0=8,85 \cdot 10^{-12}$  F/m.
6.  $n=20$  jednakowych ogniw, każde o SEM  $E=2$  V, opornik A, opornik B o oporze  $R_B=8$   $\Omega$  oraz kondensator płaski połączono według schematu. Podczas przepływu prądu natężenie pola elektrycznego między okładkami kondensatora  $E=1200$  V/m, a w oporniku B wydziela się moc 32 W. Odległość między okładkami kondensatora  $d=1$  cm. Obliczyć  $R_A$  oraz  $R_w$ .



7. Prąd o natężeniu  $I$  płynie w rurze. Jakie jest natężenie pola magnetycznego w rurze, a jakie na zewnątrz rury?
8. Cewka o promieniu  $a=5\text{cm}$  z  $N=120$  zwojów umieszczona jest w polu magnetycznym o indukcji  $B=2\text{ T}$  w położeniu równowagi. Przez cewkę płynie prąd o natężeniu  $I=1\text{ A}$ . Jaką pracę należy wykonać, aby obrócić cewkę o  $180^\circ$ ? Jaki maksymalny moment skręcający działa na cewkę podczas obrotu?
9. Cewka zawierająca  $N=150$  zwojów o średnicy  $d=2\text{ cm}$  umieszczona została w jednorodnym polu magnetycznym o indukcji  $B=4\text{ T}$ , prostopadle do linii sił pola. Jaka średnia SEM indukuje się w cewce przy jej obrocie o  $120^\circ$  w czasie  $0.2\text{s}$ ?
10. Dwa nieskończenie długie, równoległe przewodniki znajdują się w odległości  $a=40\text{ cm}$  od siebie. Płyną w nich prądy o natężeniu  $I=3\text{A}$  w przeciwnych kierunkach. Jaka pracę należy wykonać (na jednostkę długości przewodnika), aby zbliżyć je na odległość  $b=20\text{ cm}$ ?